

NOTASI FAKTORIAL

Misalkan n adalah bilangan asli, maka $n!$ dinamakan n factorial yang didefinisikan sebagai berikut:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

$$\text{Contoh 1: } 9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

PERMUTASI

Jika terdapat suatu himpunan dengan n unsur yang berlainan, maka banyaknya susunan (cara pengurutan) dari semua atau sebagian unsur tersebut dinamakan Permutasi.

$$nP_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$$

Contoh 2: Tentukan banyaknya cara menyusun huruf-huruf H,A,T, dan I

Jawab : $n=4$

$${}_4P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ cara}$$

- a. Permutasi r unsur dari n unsur yang berbeda

Adalah susunan dari r unsur itu dalam suatu urutan.

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}, \quad r \leq n.$$

Contoh 3 : Tentukan banyak susunan 3 huruf dari huruf-huruf A,B,C,D,E, dan F.

Jawab : Masalah diatas adalah masalah permutasi 3 unsur dari 6 unsur.

$${}_6P_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120 \text{ cara} \quad n=6 \quad r=3$$

- b. Permutasi yang memuat unsur yang sama

$${}_nP_{(k_1, k_2, k_3, \dots, k_n)} = \frac{n!}{k_1! k_2! k_3! \dots k_n!}$$

Contoh 4: Tentukan banyaknya kata yang dapat disusun dari kata 'CATATAN'?

Jawab : $n=7$, $k_C=1$, $k_A=3$, $k_T=2$, $k_N=1$

$${}_7P_{(1,3,2,1)} = \frac{7!}{1!3!2!1!} = \frac{7!}{1!3!2!1!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!2!} = 420 \text{ cara}$$

- c. Permutasi siklik

$${}_nP(\text{siklik}) = (n-1)!$$

Contoh 5: Dalam suatu pertemuan, ada 8 peserta akan menempati 8 kursi yang mengelilingi meja bundar. Berapa banyak susunan yang mungkin terjadi?

Jawab : $n = 8$

$${}_8P(\text{SIKLIK}) = (8-1)! = 7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5.040 \text{ susunan}$$

- d. Permutasi berulang

$$P(\text{berulang}) = n^r \text{ dengan } r \leq n$$

Contoh 6 : Berapa banyak susunan 3 huruf yang diambil dari huruf-huruf K,A,M,I dan S, jika unsur-unsur yang tersedia itu boleh ditulis berulang?

$$P_{\text{berulang}} = 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ susunan } n=5 \text{ dan } r=3$$

KOMBINASI

Suatu Kombinasi dari anggota suatu himpunan adalah sembarang pemilihan dari satu atau lebih anggota himpunan itu tanpa memperhatikan urutan

- a. Kombinasi k unsur dari n unsur yang berbeda

$${}_nC_k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Contoh 7 : Berapa banyak cara memilih 4 anggota dari 9 anggota suatu himpunan, jika:

- a. Tanpa syarat apapun
b. salah seorang harus selalu terpilih

Jawab :

- a. cara memilih 4 orang dari 9 orang :

$${}_9C_4 = \frac{9!}{(9-4)!4!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1!} = 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 = 126 \text{ cara}$$

- b. hanya akan dipilih 3 orang lagi dari 8 orang, sehingga banyaknya cara pemilihan:

$${}_8C_3 = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5!3 \cdot 2 \cdot 1!} = 4 \cdot 7 \cdot 3 = 56 \text{ cara}$$

- b. Kombinasi k unsur dari n unsur dengan beberapa unsur yang sama.

$${}_n1C_{k1} \cdot {}_n2C_{k2} \cdot {}_n3C_{k3} \cdots {}_neC_{ke}$$

Contoh : Halaman 13

SOAL LATIHAN

1. Hitunglah nilai-nilai berikut ini:
a. $4!$ b. $2!+3!$ c. $\frac{9!}{5!}$
2. Berapa cara yang dapat terbentuk jika 5 orang berdiri berdampingan saat berfoto?
3. Berapa banyak bilangan terdiri dari 3 angka berbeda yang dapat disusun dari angka-angka 1, 2, 3, 4 dan 5 (Gunakan rumus permutasi)?
4. Tentukan banyak kata yang dapat disusun dari kata berikut.
a. IRIAN d. CATATAN
b. MALAM e. LISTRIK
c. KATAK f. MISSISSIPPI
5. Suatu pertemuan diikuti oleh 10 orang peserta. Kesepuluh peserta itu menempati 10 kursi yang mengelilingi meja bundar. Berapa banyak susunan yang mungkin terjadi?
6. Berapa tim bola basket yang dapat dibentuk dari 11 pemain?
7. Sebuah kotak berisi 10 bola merah dan 6 bola hitam. Dari kotak diambil 7 bola yang terdiri dari 4 bola merah dan 3 bola hitam. Berapa banyak cara pengambilan tersebut?